

رایگان

شب امتحان

ریاضی دوازدهم

ویدیوهای
شب امتحان

رپیتنج

دانلود جزوات
شب امتحان

موسسه تخصصی یادگیریا

درس نامهٔ توپ برای شب امتحان

علی داودوندی

مدرس ریاضی ریپتیج

رتبه ۶۱ کنکور ریاضی

پایه دوازدهم

فصل ۳: حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت

درس ۱: حد بی‌نهایت

قضیه: در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر دوجمله‌ای درجه اول $(x-a)$ ، باقی‌ماندهٔ تقسیم برابر $f(a)$ است؛ پس اگر $f(a)$ برابر صفر باشد آن‌گاه $f(x)$ بر $(x-a)$ بخش‌پذیر است. مثلاً چندجمله‌ای $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$ بر $(x-2)$ بخش‌پذیر است چون $f(2)$ برابر صفر است. (عدد ۲ ریشهٔ معادلهٔ $x-2=0$ است.) حالا با تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ می‌توانیم $f(x)$ را به عوامل اول خود تجزیه کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 5x - 2 & x-2 \\ \hline (3x^2 - 6x) & 3x+1 \\ \hline x-2 & \\ \hline -(x-2) & \\ \hline & \end{array} \quad \Rightarrow \quad 3x^2 - 5x - 2 = (x-2)(3x+1)$$

عوامل اول

رفع ابهام

اگر حاصل حد تابع گویای $\frac{f}{g}$ در $x=a$ برابر $\frac{0}{0}$ شود به این معناست که عبارت‌های f و g هر دو بر $(x-a)$ بخش‌پذیرند، پس آن‌ها را تک تک بر $(x-a)$ تقسیم می‌کنیم تا f و g به عوامل اول خود تجزیه شوند، سپس عامل صفرشونده را از صورت و مخرج ساده می‌کنیم.

مثال: مقدار $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{x^3 + 8}$ را به دست آورید.

پاسخ: اگر عدد (-2) را در صورت و مخرج قرار دهیم هر دوی آنها صفر می شوند لذا عامل صفرشونده برابر $(x+2)$ است، حالا صورت و مخرج را جداگانه بر $(x+2)$ تقسیم می کنیم؛ البته $x^2 + 8$ را به کمک اتحاد چاق و لاغر هم می توان تجزیه کرد:

$$\text{حد داده شده} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x^2 - x + 2)}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \frac{8 + 2 + 2}{4 + 4 + 4} = 1$$

تذکر: اگر حاصل حد تابع $\frac{f}{g}$ برابر $\frac{0}{0}$ شود و در f یا g یا هر دوی آنها عبارت رادیکالی وجود داشت ابتدا صورت و مخرج را در عبارت یا عبارت های رادیکالی مناسب ضرب می کنیم تا به کمک اتحادها عامل صفرشونده یعنی $(x-a)$ ایجاد شود و سپس آن را از صورت و مخرج ساده کنیم.

مثال: حد مقابل را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x} - 2}$$

پاسخ: الان اگر عدد 8 را در کسر جای گذاری کنیم به $\frac{0}{0}$ می رسیم. پس $(x-8)$ عامل صفرشونده است، از

طرفی فرجه رادیکال 3 است پی باید از اتحاد چاق و لاغر استفاده کنیم:

$$\begin{aligned} \text{حد} &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x} - 2} \times \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)(\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4)}{x-8} \\ &= 8(\sqrt{8^2} + 2\sqrt{8} + 4) = 8(4 + 2(2) + 4) = 8 \times 12 = 96 \end{aligned}$$

مفهوم همسایگی

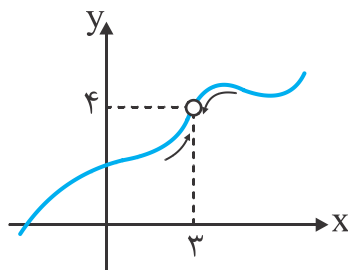
هر بازه باز مثل (a, b) شامل عدد حقیقی k را یک همسایگی k می نامیم؛ مثلاً می توان گفت بازه $(1, 4)$ یک



همسایگی عدد 3 است.

همچنین به هر بازه به شکل $(k, k+b)$ یک همسایگی راست k می‌گوییم ($b > 0$) و به هر بازه به شکل $(k-a, k)$ یک همسایگی چپ k می‌گوییم ($a > 0$)؛ مثلاً بازه $(3, 4)$ یک همسایگی راست ۳ و بازه $(2, 3)$ یک همسایگی چپ ۳ است.

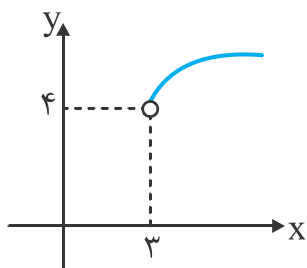
حالا اگر خود عدد k را از همسایگی حذف کنیم به بازه $(a, b) - \{k\}$ یک همسایگی محذوف k می‌گوییم. پس مجموعه $\{3\} - (1, 4)$ یک همسایگی محذوف ۳ است، البته یک عدد، بی‌نهایت همسایگی محذوف دارد.



کاربرد همسایگی یک عدد و همسایگی محذوف یک عدد در مبحث حد است. مثلاً وقتی می‌نویسیم $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ، تابع f باید در همسایگی محذوف ۳ تعریف شده باشد. مثلاً در شکل مقابل حد تابع f در $x = 3$ موجود و برابر با ۴ است:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$$

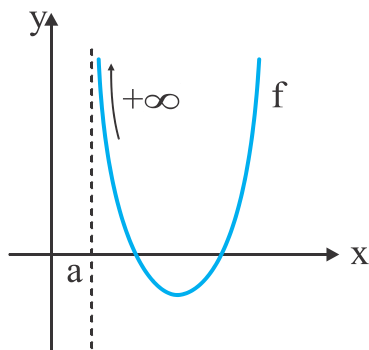
ولی حد تابع g در $x = 3$ موجود نیست و فقط حد راست دارد، چون فقط در همسایگی راست ۳ تعریف شده است:



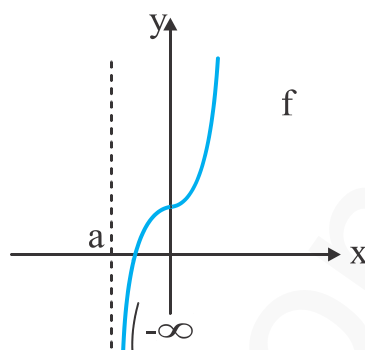
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = 4$$

حد بی‌نهایت (نامتناهی)

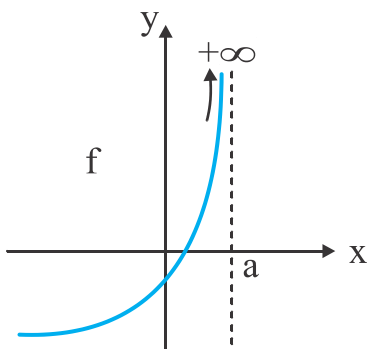
اگر جواب یک حد در یک نقطه برابر $+\infty$ یا $-\infty$ شود اصطلاحاً می‌گوییم حد در آن نقطه وجود ندارد چون جواب حد، باید عددی متناهی شود. به شکل‌های زیر توجه کنید:



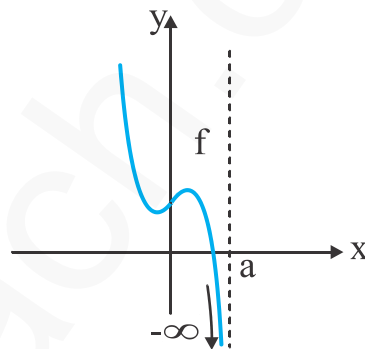
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

در محاسبه حد بی‌نهایت اگر L عددی مثبت باشد دقت کنید که:

$$\frac{L}{\cdot^+} = +\infty, \quad \frac{L}{\cdot^-} = -\infty$$

مثال: حاصل‌حدهای زیر را به دست آورید:

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}^+} \frac{[x]-1}{|4x-1|}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+6}{\sin x}$

پاسخ: الف) اگر $\frac{1}{4}$ را در مخرج به جای X قرار دهیم حاصل مخرج، صفر می‌شود ولی چون $(4x-1)$ داخل

قدرمطلق است باید بنویسیم \cdot^+ .

$$\text{حد مورد نظر} = \frac{[\frac{1}{4}]-1}{\cdot^+} = \frac{0-1}{\cdot^+} = \frac{-1}{\cdot^+} = -\infty$$

تهیه دوره آموزشی و تستی ریاضی انیمیشنی مهندس علی داوودندی مدرس ریاضی ریپتیج

با شماره ۰۹۱۰۶۳۷۳۶۴۲ - ۰۲۱۶۶۹۷۹۸۷۴ تماس بگیرید.

ب) اگر در مخرج به جای X صفر بگذاریم به $\sin 0$ می‌رسیم ولی می‌دانیم که: $\sin 0^+ = 0^+$ و $\sin 0^- = 0^-$ لذا باید حد چپ و راست را جداگانه حساب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 6}{\sin x} = \frac{2(0) + 6}{\sin 0^+} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x + 6}{\sin x} = \frac{2(0) + 6}{\sin 0^-} = \frac{6}{0^-} = -\infty$$

نکته مهم:

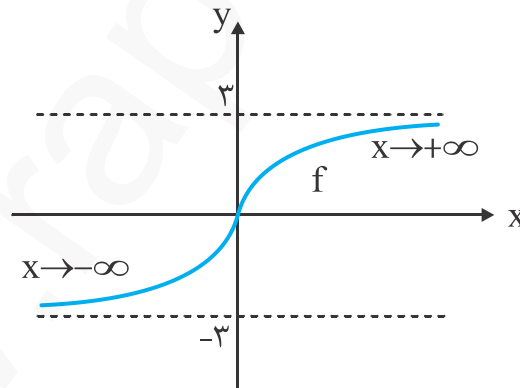
صفر مطلق و صفر حدی

$$\frac{0}{0} = \frac{0}{0} = \frac{0}{0} = \frac{0}{0}$$

درس ۲: حد در بی نهایت

حد در بی نهایت

به شکل زیر دقت کنید:



وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، آن گاه عرض نقاط تابع به عدد ۳ نزدیک و نزدیک تر می‌شوند لذا می‌توان چنین نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$$

وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، آن گاه عرض نقاط تابع به عدد -۳ نزدیک و نزدیک تر می‌شوند، پس خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$$

تهیه دوره آموزشی و تستی ریاضی انیمیشنی مهندس علی داودوندی مدرس ریاضی ریپتیج

با شماره ۰۹۱۰۶۳۷۳۶۴۲ - ۰۲۱۶۶۹۷۹۸۷۴ تماس بگیرید.

ضمناً توجه کنید که وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ ، آن گاه برای حد گرفتن از یک چندجمله‌ای خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^n + bx^{n-1} + \dots + k) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

یعنی جمله با توان بیشتر برای متغیر را انتخاب می‌کنیم. ضمناً توجه کنید که:

$$\infty \times \infty = \infty \quad , \quad \frac{\infty}{\text{عدد مخالف صفر}} = \infty$$

$$\infty + \infty = \infty \quad , \quad \infty \times \infty = \infty \quad , \quad \frac{\text{عدد}}{\infty} = 0$$

تذکر مهم: در ضرب علامت‌های بی نهایت مثل حالت عادی عمل می‌کنیم.

مثال: حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 4 + 7x^7)$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^7 - 3x + 1}{5x^7 + 10x - 6}$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 1}{x^7 + 2x - 4}$

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1 \cdot x^8 - 7x^7}{2x^8 - 3}$

پاسخ:

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7x^7) = 7(-\infty)^7 = 7 \times \infty = +\infty$ حد مورد نظر

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^7}{5x^7} = \frac{4}{5}$ حد مورد نظر

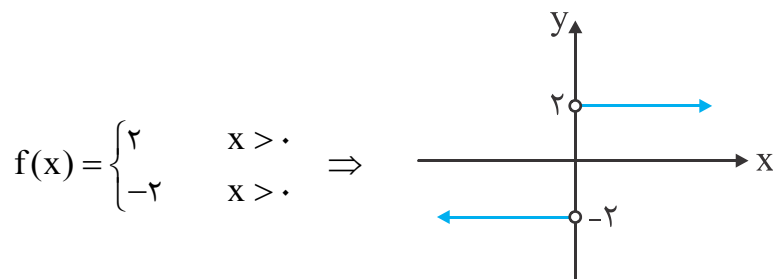
پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x^7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x^6} = \frac{3}{(-\infty)^6} = \frac{3}{\infty} = 0$ حد مورد نظر

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1 \cdot x^8}{2x^8} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-\frac{1}{2}x^0) = -\frac{1}{2}(-\infty)^0 = -\frac{1}{2} \times (-\infty) = +\infty$ حد مورد نظر

مثال: نمودار تابع f را رسم کرده و حدود خواسته شده را به کمک آن به دست آورید:

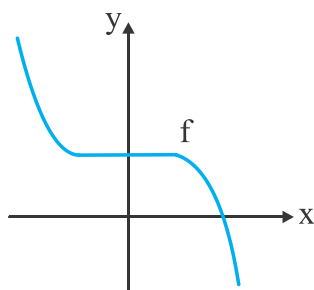
$$f(x) = \begin{cases} 2 & x > 0 \\ -2 & x < 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ? \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$$

پاسخ:



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$$

مثال: با توجه به شکل مقابل، حاصل حدهای خواسته شده را به دست آورید.



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ? \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$$

پاسخ: وقتی $x \rightarrow +\infty$ شاخه سمت راست نمودار، به سمت پایین یعنی $-\infty$ حرکت می کند همچنین وقتی

$x \rightarrow -\infty$ شاخه سمت چپ نمودار، به سمت بالا یعنی $+\infty$ حرکت می کند، لذا:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

۱) مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $p(x) = x^2 - ax + b$ بر $(x - 2)$ بخش پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر $(x + 1)$ برابر ۳ باشد.

$$P(2) = 0 \Rightarrow 4 - 2a + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -4 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 0 \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۲) باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $2x^2 + 1$ برابر $2x + 1$ است. اگر $f(2) = 32$ و $f(-2) = -12$ باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است).

$$f(x) = (2x^2 + 1)(ax + b) + 2x + 1$$

پاسخ: ۱

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 1)(2a + b) + 5 \Rightarrow 9(2a + b) + 5 = 32$$

$$\Rightarrow 9(2a + b) = 27 \Rightarrow 2a + b = 3$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 + 1)(-2a + b) - 3 \Rightarrow 9(-2a + b) - 3 = -12$$

$$\Rightarrow 9(-2a + b) = -9 \Rightarrow -2a + b = -1$$

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = -1 \end{cases}$$

$$\underline{2b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 2a + 1 = 3 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1}$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم برابر $x + 1$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} =$$

۳) حاصل حد مقابل را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x + 3} = \frac{1}{2}$$

پاسخ: ۱

۴) اگر چند جمله‌ای $x^2 + ax - 8$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.

$$x = a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \text{ (ص ۱۹)}$$

پاسخ: ۱

۵

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x) = x^2 + kx - 1$ بر $(x + 1)$ برابر با ۲ باشد، مقدار k برابر است.

پاسخ: ۱ -۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$

حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.

۶

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{4}$$

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$$

حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.

۷

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x - 2)}{(x - 3)(2x - 1)} = \frac{1}{5}$$

پاسخ: ۱

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{\sqrt[3]{x} + 2}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} \times \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x + \sqrt{2x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x(x-1)(x + \sqrt{2x-1})}$$

پاسخ: ۱

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x-1)}{x \cancel{(x-1)}(x + \sqrt{2x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{x(x + \sqrt{2x-1})} = \frac{1-1}{1(1+1)} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{(2 - \sqrt{x+1})(2 + \sqrt{x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{\underbrace{2 - x - 1}_{-(x-3)}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{-1} = \frac{6 \times 4}{-1} = -24$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2(x+8)(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2 \cancel{(x+8)} (\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 4)}{\cancel{(x+8)}} = \lim_{x \rightarrow -8} 2(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 4)$$

$$= 2(4 + 2 \times 2 + 4) = 24$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{2x^2 - 1}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x^2 - 2x - 5}{x^2 - 25}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 + 2x^2 + x + 2}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{2x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\cancel{2}x(x - \frac{1}{2})}{\cancel{2}(x - \frac{1}{2})(2x + 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x}{(2x + 1)} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

پاسخ: 1

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x^2 - 2x - 5}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\cancel{(x-5)}(x^2 + x + 1)}{\cancel{(x-5)}(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x + 1}{x + 5}$$

$$\frac{25 + 5 + 1}{10} = \frac{31}{10}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 + 2x^2 + x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}(x-1)}{\cancel{(x+2)}(x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-1}{x^2+1} = \frac{-5}{17}$$

حدود زیر را محاسبه کنید. 10

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x-2}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$$

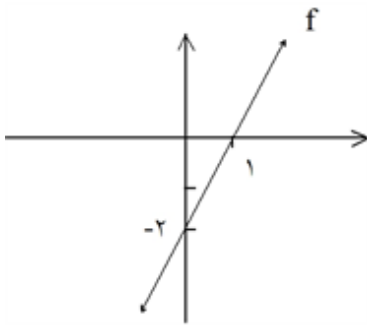
$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|9 - x^2|}{x - 2}$$

پاسخ: 1 الف) $D: x \geq 2 \leftarrow$ در همسایگی چپ 3 تعریف نشده \leftarrow حد ندارد.

(ب)

$$\cdot \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x \cos x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin^2 x) \cos x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) \cos x = \cdot$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(9 - x^2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -6 \quad \text{ج)$$



۱۱ شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1}$ را حساب کنید.

پاسخ: ۱ f یک تابع خطی گذرنده از $A(0, -2)$ و $B(1, 0)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(0, -2) \Rightarrow a(0) + b = -2 \Rightarrow b = -2$$

$$B(1, 0) \Rightarrow a(1) + b = 0 \xrightarrow{b=-2} a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x+1} = \frac{2}{2} = 1$$

۱۲ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{4x+5}}{\sqrt{x-1} - 2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{9x-9}}{\sqrt{x^2-1}}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} + 3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{4x+5}}{\sqrt{x-1} - 2} \times \frac{x + \sqrt{4x+5}}{x + \sqrt{4x+5}} \times \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt{x-1} + 2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 - 4x - 5)(\sqrt{x-1} + 2)}{(x-1-4)(x + \sqrt{4x+5})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-5)(x+1)(\sqrt{x-1} + 2)}{(x-5)(x + \sqrt{4x+5})} = \frac{6 \times 4}{10} = \frac{12}{5}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{|2-x|}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$$

$$\text{الف) } \frac{3}{\cdot^+} = +\infty$$

پاسخ: ۱

$$\begin{aligned} \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} &\times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

به روش‌های هم‌ارزی و هویتال نمره تعلق نمی‌گیرد.

$$\text{۱۴) اگر } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - a} = +\infty \text{، آنگاه حد تابع وقتی } x \rightarrow 3 \text{ را بیابید.}$$

پاسخ: ۱ حاصل حد بی‌نهایت است. بنابراین مخرج به ازای $x = -3$ صفر می‌شود.

$$(-3)^2 - a = 0 \Rightarrow 9 - a = 0 \Rightarrow a = 9$$

بعد از یافتن a حاصل حد به ازای $x \rightarrow 3$ را حساب می‌کنیم.

$$a = 9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-1}{6}$$

$$\text{۱۵) آیا مقدار } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x] - 1} \text{ وجود دارد؟ چرا؟}$$

پاسخ: ۱ خیر - زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x] - 1}$ در همسایگی راست $x = 1$ تعریف نشده است.

۱۶) حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x-1|}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x-1|} = \frac{5}{\cdot^+} = +\infty \text{ (ص ۵۸)}$$

پاسخ: ۱

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty \text{ (ص ۵۵)}$$

۱۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید.

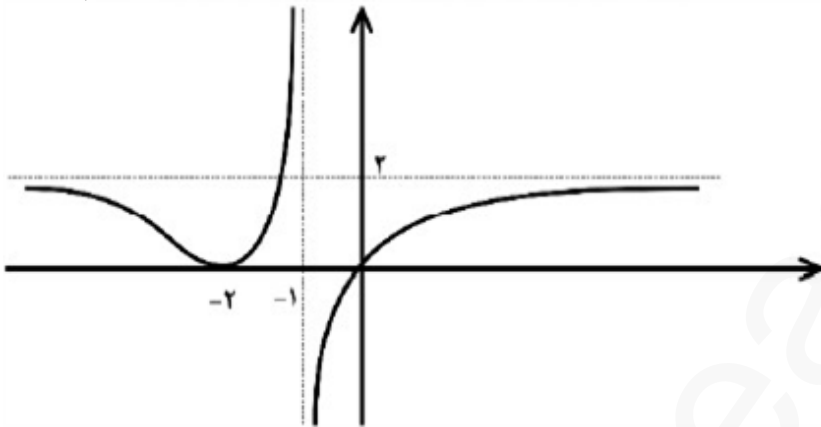
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a - 3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$$

پاسخ: ۱

۱۸ با توجه به نمودار تابع f ، موارد زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}$

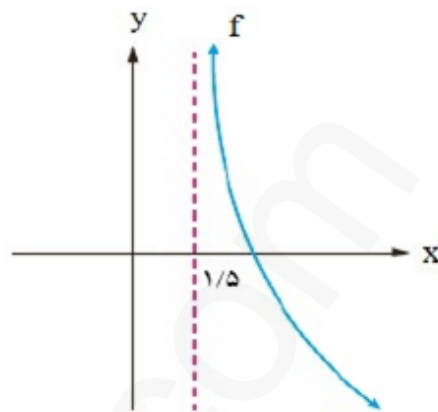


۲ الف)

ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$

پاسخ: ۱

جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.
- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow (1/5)^+} f(x)$ برابر با است.



پاسخ: ۱ $+\infty$

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

۲۰

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. [] نماد جزء صحیح است.

۲۱

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{2x-10}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{2(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{2(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{8}$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

۲۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a}{x-2} - \frac{b}{x^2+x-6} = \frac{3}{5}$ باشد، a و b را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a}{x-2} - \frac{b}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a(x+3) - b}{(x-2)(x+3)}$$

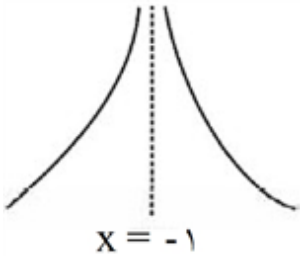
۱ پاسخ:

چون حاصل حد عدد $\frac{3}{5}$ شده است بنابراین حد موردنظر \div است. بنابراین داریم:

$$a(2+3) - b = 0 \Rightarrow b = 5a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax + 3a - 5a}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a(x-2)}{(x-2)(x+3)} = \frac{a}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{b=5a} b = 15$$

۲۳ اگر رفتار تابع $f(x) = \frac{x+3}{x^2+bx+c}$ در اطراف نقطه $x = -1$ به صورت شکل زیر باشد، مقدار b و c را به دست آورید.



$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$(-1)^2 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$$

۱ پاسخ:

۲۴ حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 9} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{(x+1)(x+3)}{(x+3)^2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x+1}{x+3} = \frac{-2}{1} = -2$$

۱ پاسخ:

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \text{Cotg} \left(\frac{\pi}{x} \right)$

ب) $\lim_{x \rightarrow .^+} x \left[\frac{1}{x} \right]$

الف) $x \rightarrow 1^- \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{x} > 1 \xrightarrow{\times \pi} \frac{\pi}{x} > \pi$

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \text{Cotg} \left(\frac{\pi}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\text{Cos} \left(\frac{\pi}{x} \right)}{\text{Sin} \left(\frac{\pi}{x} \right)} = \frac{\text{Cos} (\pi^+)}{\text{Sin} (\pi^+)} = \frac{-1}{.^-} = +\infty$$

ب) $\lim_{x \rightarrow .^+} x \left[\frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow .^+} x \times \frac{1}{x} = 1$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + \sqrt{x + 2}}}{x^2 - 8}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x] + 10}{8 - 12x + 6x^2 - x^3}$

پاسخ: ۱

$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + \sqrt{x + 2}}}{x^2 - 8} &\times \frac{x + \sqrt{x + \sqrt{x + 2}}}{x + \sqrt{x + \sqrt{x + 2}}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - \sqrt{x + 2}}{x^2 - 8} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2 + 2 - \sqrt{x + 2}}{x^2 - 8} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 8} + \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x + 2}}{x^2 - 8} \times \frac{2 + \sqrt{x + 2}}{2 + \sqrt{x + 2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overbrace{(x-2)}^{-(x-2)}(x+1)}{\overbrace{(x-2)}^{-(x-2)}(x^2+2x+4)} + \frac{\overbrace{(2-x-2)}^{-(x-2)}}{\overbrace{(x-2)}^{-(x-2)}(x^2+2x+4)(2+\sqrt{x+2})}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{3}{12} + \frac{-1}{12 \times 4} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{12-1}{48} \right) = \frac{11}{192}$$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x] + 10}{8 - 12x + 6x^2 - x^3} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x] + 10}{(2-x)^2} = \frac{-2 + 10}{.^-} = \frac{8}{.^-} = -\infty$

حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

۲۷

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{(x - 4)(x + 4)} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - x}{(x - 4)(x + 4)(2 + \sqrt{x})}$$

پاسخ: ۱

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{(x + 4)(2 + \sqrt{x})} = \frac{-1}{32}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

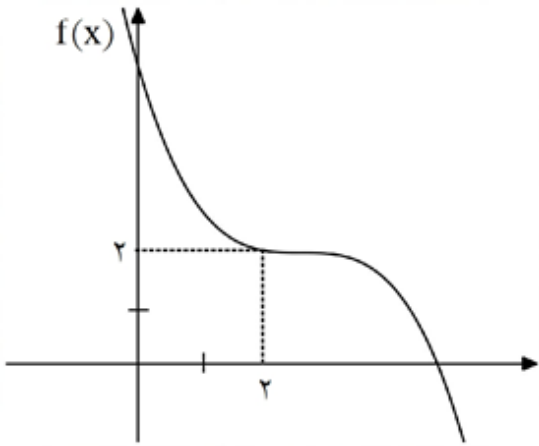
۲۸ اگر $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1 - x}{2x^2 + bx + a - 1} = -\infty$ باشد، a و b را حساب کنید.

پاسخ: ۱ چون حاصل حد برای راست و چپ یکسان شده است. بنابراین باید مخرج مربع کامل باشد در نتیجه داریم:

$$x = 5 \Rightarrow x - 5 = 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2 - 10x + 25 = 0 \xrightarrow{\times 2}$$

$$2x^2 - 20x + 50 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -20 \\ a - 1 = 50 \Rightarrow a = 51 \end{cases}$$

۲۹ با توجه به نمودار تابع f حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 10}{2 - f(x)}$ را حساب کنید.



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 10}{2 - f(x)} = \frac{12}{+\infty} = +\infty$$

۱ پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 - 3x}{(x + 2)^2}$$

حد روبرو را بدست آورید.

۳۰

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 - 3x}{(x + 2)^2} = \frac{7}{0^+} = +\infty$$

۱ پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x - 1}}{2 - \sqrt{x - 1}}$$

۳۱ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x - 1}}{2 - \sqrt{x - 1}} = \frac{3}{2 - 2^+} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

۱ پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \cot x$$

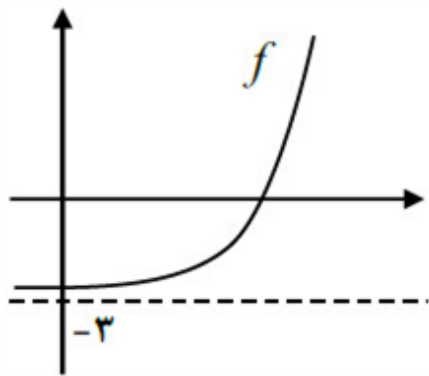
۳۲ حد زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \cot x = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \cot x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x = -\infty \end{cases}$$

۱ پاسخ:

با توجه به نمودار تابع f ، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

۳۳



الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$

الف) -۳

ب) $+\infty$

پاسخ: ۱

حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

۳۴

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{2 + x - x^2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{x^2} = -\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{2 + x - x^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x^2} = -1$

پاسخ: ۱

حدود زیر را محاسبه کنید.

۳۵

ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x^2 + 1}$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x + 1}{\operatorname{tg} x}$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x = -\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \operatorname{tg} x = +\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x + 1) = \frac{\pi}{2} + 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x + 1}{\operatorname{tg} x} = 0$

ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{1} = 1$

پاسخ: ۱

در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۳۶

حد تابع $f(x) = \frac{5x + 2}{x^2 + x - 8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر است.

پاسخ: ۱ صفر

حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است).

۳۷

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - x^2}{x - [x]}$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4x + 13}{2x + 2} \right]$

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - x^2}{x - [x]} = \frac{0 - 0}{0 - 0} = \frac{0}{0} = -\infty$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4x + 13}{2x + 2} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4x + 6 + 7}{2x + 2} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2 + \frac{7}{2x + 2} \right]$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 + \left[\frac{7}{2x + 2} \right] = 2 + [0] = 2$

حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است).

۳۸

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x] - 10}{1 - 2x + 2x^2 - x^3}$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2 + x + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1} + 5\sqrt{-x}}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x] - 10}{1 - 2x + 2x^2 - x^3} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x] - 10}{(1 - x)^3} = \frac{1 - 10}{0} = \frac{-9}{0} = +\infty$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2 + x + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1} + 5\sqrt{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \overbrace{3x}^+}{\underbrace{2x}_-} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3x}{-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{-2x} = -\frac{5}{2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x - [x]}{|x| + [x]}$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + (2x + 1)^2}{(5x - 1)^2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x - [x]}{|x| + [x]} = \frac{-2 \cdot + 1^0}{\cdot -} = \frac{-1^0}{\cdot -} = +\infty$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + (2x + 1)^2}{(5x - 1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 4x^2}{25x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2}{25x^2} = \frac{7}{25}$

حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5 + x}{x - [x]}$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2 + \sqrt{4x^2 + x^2 + 1}}{(5x + 1)^2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5 + x}{x - [x]} = \frac{1^0}{\cdot +} = +\infty$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2 + \sqrt{4x^2 + x^2 + 1}}{(5x + 1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2 + \overbrace{|2x^2|}^{\oplus}}{25x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{11x^2}{25x^2} = \frac{11}{25}$

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 + 4x + 1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x + \sqrt{25x^2 + 1}$

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 + 4x + 1} \times \frac{x - \sqrt{x^2 + 4x + 1}}{x - \sqrt{x^2 + 4x + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x} - \cancel{x} - 4x - 1}{x - \sqrt{x^2 + 4x + 1}}$

پاسخ: ۱

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x}{x - |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x}{x + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x}{2x} = -2$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x + \sqrt{25x^2 + 1} = +\infty + \infty = +\infty$

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100x + 5}{x^2 - 9x + 10}$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + \sqrt{x^2 - x + 1}}{7x + |2x + 1|}$

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100x + 5}{x^2 - 9x + 10} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100\cancel{x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100}{x} = 0$

پاسخ: ۱

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + \sqrt{x^2 - x + 1}}{7x + |2x + 1|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + |x|}{7x + |2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - x}{7x - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3\cancel{x}}{5\cancel{x}} = \frac{3}{5}$

۴۳ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x^b + 4x + 1}{(x+2)^3 - x^3} = 3$ باشد a و b را حساب کنید.

پاسخ: ۱ در حد $\frac{\infty}{\infty}$ اگر حاصل حد عدد غیرصفر باشد یعنی درجه صورت و مخرج برابر است:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x^b + 4x + 1}{\cancel{x^3} + 9x^2 + 27x + 27 - \cancel{x^3}} \xrightarrow{b=2} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)\cancel{x^2}}{9\cancel{x^2}} = 3 \Rightarrow \frac{a-1}{9} = 3 \Rightarrow a-1 = 27 \Rightarrow a = 28$

۴۴ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-3)x^3 + bx^c + 4x + 11}{(x+1)^3 - x^3} = 4$ باشد a , b و c را حساب کنید.

۱ پاسخ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-3)x^3 + bx^c + 4x + 11}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-3)x^3 + bx^c + 4x + 11}{3x^2 + 3x + 1} = 4$

از آنجا که حاصل حد $\frac{\infty}{\infty}$ یک عدد غیرصفر شده است بنابراین باید درجه صورت و مخرج برابر باشد در نتیجه باید x^3 از صورت حذف شود و برای این کار ضریب x^3 را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx^c}{3x^2} \xrightarrow{c=2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx^2}{3x^2} = \frac{b}{3} = 4 \Rightarrow b = 12$$

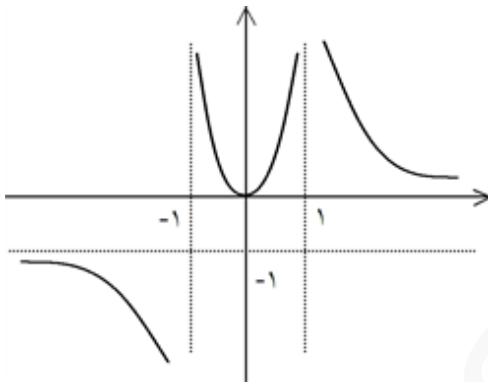
۴۵ با توجه به نمودار f حاصل حدهای خواسته شده را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$



الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

۱ پاسخ:

۴۶ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{4x^2 + 1}} = 5$ باشد، a, n را حساب کنید.

پاسخ: ۱ برای آن که حاصل حد در بی‌نهایت عدد غیرصفر باشد باید درجه صورت و مخرج برابر باشد بنابراین $n = 1$ است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{4x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt[3]{x} + |2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt[3]{x} - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a \cancel{x}}{\cancel{x}} = a \Rightarrow a = 5$$

۴۷ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x} - x^2)^2 (4 - 2x^2)}{(2x^2 - \sqrt{x})(x + 2x^2)}$$

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(-x^2)^2 (-2x^2)}{(2x^2)(2x^2)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^4}{4x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{2} = -\infty$$

۴۸ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x|x| + 7}{5x^2 - 4x + 3}$$

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x(-x)}{5x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{5x^2} = \frac{3}{5}$$

۴۹ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x})$$

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}) \times (\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x})}{(\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{2x}}{\cancel{x} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + \sqrt{1 - \frac{2}{x}} \right)} = \frac{2}{2} = 2$$

۵۰ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3x + 4}$ برابر است با

پاسخ: ۱ صفر $(0/25)$

دکتر متین هوشیار
مدرس شیمی رپیتچ

مهندس علی داودوندی
مدرس ریاضی رپیتچ

مهندس شهاب نصیری
مدرس فیزیک رپیتچ

دکتر الهه بنام
مدرس زیست رپیتچ



رپیتچ

سریعتر یاد بگیری...!

با اساتید رتبه برتر و رتبه پرور
به همراه مشاورین رتبه برتر
تو هم رتبه برتر میشی رفیق

rapiteach.com